**Matéria de Lógica Computacional**

Árvores Etiquetadas

Alfabeto proposicional (): { ⊥; P; ∨; ∧; → }

Regras:

* **BOT**: ⊥ ∈ Fp
* **PROP:** p ∈ P
* **DIS**: Se φ, ψ ∈ Fp, então (φ ∨ ψ) ∈ Fp
* **CON**: Se φ, ψ ∈ Fp, então (φ ∧ ψ) ∈ Fp
* **IMP**: Se φ, ψ ∈ Fp, então (φ → ψ) ∈ Fp

Abreviaturas:

* **Negação**: ~ φ (φ → ⊥)
* **Verdade**: T ~⊥
* **Equivalência**: φ ↔ ψ ((φ → ψ) ∧ (ψ → φ))

Tradução de Linguagem Natural para Proposicional

***((~Mt*** → ***Jb)*** ∧ ***Mt)*** → ~***Jb***

***Jb:*** *“O João compra/comprou um bolo”*

***Mt:*** *“Está/estiver mau tempo”*

***“****O João compra um bolo se não estiver mau tempo. Está mau tempo. Logo, o João não comprou um bolo.****”***

Tabelas de Verdade

**(a → b) ∧ (a ∧ ~b)**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **a** | **b** | **a → b** | **~b** | **a** ∧ **~b** | **(a → b)** ∧ **(a** ∧ **~b)** |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |

**NOTA:** o “0” implica sempre “1”

**Tudo a “0”, então a fórmula é contraditória**

Se a coluna final **só tiver “1”**, então a fórmula é **válida**

Se a coluna final **só tiver “0”**, então a fórmula é **contraditória**

Se a coluna final **tiver “1” e “0”**, então a fórmula é **possível**

Semântica da Lógica Proposicional (valorações, …)

Consideremos {~( φ ∧ ψ ), φ } |= (~ψ)

Seja V uma valoração tal que V ||- {~( φ ∧ ψ ), φ }.

Será que V ||- (~ ψ) ?

V ||- {~( φ ∧ ψ ), φ }, ou seja:

1. V ||- ~( φ ∧ ψ )

V ||- (~φ) ou V ||- (~ψ)

4)

3)

1. V ||- φ

Por 3) V ||- (~φ), mas por 2) V ||- φ, logo só sobra que V||- (~ ψ) (c.q.d.)

Algoritmo T

T(φ)=CNFC( NNFC (ImplFree(φ) ) )

*(usar as fórmulas do formulário)*

Estando a fórmula na **Forma Normal Conjuntiva**, usar o **Lema da Disjunção de Literais** e concluir:

* Se estiver de acordo com o Lema, é **válida**
* Se não, é **não válida**

Algoritmo de Horn

Se a fórmula estiver na FNC, colocá-la na **Forma de Horn, ou seja:**

**( \_** → **\_ )** ∧ **( \_** → **\_ )**

De seguida, aplicar o **algoritmo A**:

**A (** φ**, {T} )**

Passar as **consequências dos “implica”** para o **conjunto:**

Seja φ **= (p** → **v)** ∧ **(T** → **p),**

**A (** φ**, {T} )**

**A ( (p** → **v)** ∧ **(T** → **p), {T} )**

**A ( (p** → **v), {T, p} )**

**{T, p, v}**

Se no fim, neste **conjunto estiver o** ⊥, então a fórmula é **contraditória**.

Se não, é **possível e temos que analisá-la pelo Lema da Disjunção de Literais**.

Resolução

Colocar a fórmula só com ∧ e ∨.

Separar a fórmula em cláusulas (cada parte separada por um ∧ é uma cláusula).

Fazer algo semelhante a:

Seja φ **= (p** → **v)** ∧ **(T** → **p)**

**NOTA:** se na fórmula aparecer **T ou ⊥**, quando compomos as cláusulas representamos estes símbolos com o **∅**, sendo que este já **não aparece daí para a frente**.

**NOTA:** temos que **usar as cláusulas todas**; o **resolvente** de 2 cláusulas **é a reunião das 2 cláusulas exceto o elemento que vamos retirar** (neste caso p e ~p).

**(~p** ∨ **v)** ∧ **(~T** ∨ **p)**

**{ {~p,v};** ∅ ∪ **{p} }**

**{~p,v}**

|  |  |
| --- | --- |
| **Dedução** | **Justificação** |
| {~p,v} | Cláusula C1 |
| {~p,v} | Cláusula C2 |
| {v} | Resolvente de C1 e C2: R1 |

**{p}**

**{v}**

Se ∅ estiver no conjunto final, então a fórmula é **contraditória**.

Se não, é **possível e temos que analisá-la pelo Lema da Disjunção de Literais**.

Dedução Natural

Regras:

**NOTA:** pode-se **eliminar tanto à direita como à esquerda**.

()

∧

()

**Eliminação**

**Introdução**

**Conjunção**

∨

()

**Eliminação**

**Introdução**

**Disjunção**

∨

(,1,2)

()

**Eliminação**

**Introdução**

**Implicação**

(, n)

**Absurdo**

(⊥, n)

⊥